

2024年秋季学期哈尔滨工业大学(威海)期中考试题

代数与几何X

【声明】

1. 本项目为公益项目, 旨在帮助学弟学妹期末备考、或同级学生补考复习使用, 请勿拿去售卖.
2. 本试卷为回忆版, 不存在窃题漏题等作弊嫌疑. 部分数据被遗忘, 用编造的数据替代. 如认为该题目不应当流出, 可以联系「wuwanweihua@gmail.com」, 我会及时删除.

一. 填空题

1. 设矩阵 $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, M_{ij} 表示 a_{ij} 的余子式, 则 $2M_{41} - M_{42} - M_{43} + 10M_{44} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 在直角坐标系中, $A(1, 2, 4)$, $B(-2, 2, -5)$, $C(-2, 8, 3)$, O 为原点, 则四面体 $O-ABC$ 的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 化简行列式 $D = \begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ x & x & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & x + a_1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 在直角坐标系中, 直线 $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ 与平面 $x + ay + 3z - 7 = 0$ 平行, 求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, B 为 3 阶矩阵且秩为 2, 求 $R(AB^*) = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 设 4 阶方阵 $A = (x \ y \ z \ \alpha)$, $B = (x \ y \ z \ \beta)$, 若 $|A| = 1$, $|B| = 3$, 则 $|A + B| = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 设 3 阶方阵 A 满足 $|A| = 9$, 求 $\left| \frac{1}{9}A \right| - \frac{2}{3}|A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 在直角坐标系中, 直线 $\begin{cases} 2x - z - 5 = 0 \\ x - y - z + 7 = 0 \end{cases}$ 在平面 $x - y + 3z + 8 = 0$ 上的投影直线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
9. 设矩阵 $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求 C^n .
10. 在直角坐标系中, 直线 $\frac{x}{2} = y = z - 2$ 与平面 $x - y + 2z = 0$ 的夹角为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 设 n 阶方阵 A 与 n 阶单位矩阵 E 满足 $3A^2 - A + 3E = 0$, 求 $(A - E)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

二. 单选题

1. 设 n 阶方阵 A 为非零阵, E 为单位矩阵, 且 $A^2 = 0$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $|E - A| = 0, |E + A| = 0$ B. $|E - A| = 0, |E + A| \neq 0$
C. $|E - A| \neq 0, |E + A| \neq 0$ D. $|E - A| \neq 0, |E + A| = 0$
2. 设 n 阶方阵 A, B 均为可逆矩阵, 则下列说法正确的是 ()
- A. $|A + B| = |A| + |B|$ B. $(A + B)^2 = A^2 + B^2$
C. $|A^T B| = |BA|$ D. kAB 是 n 阶可逆矩阵
3. 设 A 为 3 阶方阵, 将 A 的第 3 行加到第 2 行得到矩阵 B , 再将 B 的第 3 列加到第 2 列得到矩阵 C . 设 $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则下列关系正确的是 ()
- A. $C = P^T A P$ B. $C = P A P^{-1}$ C. $C = P^T A P^T$ D. $C = P A P^T$