

2025年秋季学期哈尔滨工业大学(威海)期末考试题

复变函数与积分变换(A)

【声明】

1. 本试卷为计算机科学与技术学院期末考试题, 考试时间为2026年1月4日, 考试时间120分钟, 考试课, 卷面成绩占比70%.
2. 本项目为公益项目, 旨在帮助学弟学妹期末备考、或同级学生补考复习使用, 请勿拿去售卖.
3. 本试卷为回忆版, 不存在窃题漏题等作弊嫌疑. 部分数据被遗忘, 用编造的数据替代. 如认为该题目不应当流出, 可以联系「[wuwanweihua@gmail.com](mailto:wuwanweihua@gmail.com)」, 我会及时删除.

一、单选题(每题2分, 共20分)

1.  $z = -i$ , 则  $z^{2020} + z^{2021} + z^{2022} + z^{2023} + z^{2024} + z^{2025} =$   
 A. 1                                      B. -1                                      C.  $1 - i$                                       D.  $i - 1$
2. 下列函数在复平面内不处处解析的是  
 A.  $f(z) = z^2$                                       B.  $f(z) = \sin z + i \cos z$                                       C.  $f(z) = |z|^2$                                       D.  $f(z) = e^z$
3. 函数  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  在  $(x, y)$  点处可导, 则下列说法正确的是  
 A.  $u_x = v_y, u_y = v_x$   
 B.  $u_x = -v_y, u_y = v_x$   
 C.  $u_x = v_y, u_y = -v_x$   
 D.  $f(z)$  在  $(x, y)$  点处解析
4.  $\oint_{|z|=1} e^{1-z} \frac{z}{(z-2)(3-z)^2} dz =$   
 A. 1                                      B. 0                                      C.  $2\pi i$                                       D.  $-2\pi i$
5. 无穷远点是函数  $f(z) = \frac{1}{\sin z}$  的  
 A. 可去奇点                                      B. 极点                                      C. 本性奇点                                      D. 非孤立奇点
6. 把  $z_1 = -1, z_2 = 0, z_3 = 1$  映至  $w_1 = 1, w_2 = i, w_3 = -1$  的分式线性映射下  $|z| < 1$  在该映射下的像为  
 A.  $w = \frac{z-i}{iz-1}, \Im z < 0$                                       B.  $w = \frac{z-i}{iz-1}, \Im z > 0$   
 C.  $w = \frac{1+iz}{z-i}, |w| < 1$                                       D.  $w = \frac{1+iz}{z-i}, |w| > 1$
7. 把上半平面  $\Im z > 0$  映成单位圆盘  $|w| < 1$  的分式线性映射是  
 A.  $w = \frac{z-i}{z+i}$                                       B.  $w = \frac{z+i}{z-i}$                                       C.  $w = \frac{z-1}{z+1}$                                       D.  $w = \frac{z+1}{z-1}$
8. 函数  $f(t) = \begin{cases} e^{-3t} - e^{-t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$  的 Fourier 变换为  
 A.  $\frac{1}{3+iw} + \frac{1}{1+iw}$                                       B.  $\frac{1}{3+iw} - \frac{1}{1+iw}$   
 C.  $\frac{1}{w+3} - \frac{1}{w+1}$                                       D.  $\frac{1}{w+3} + \frac{1}{w+1}$
9. 函数  $f(t) = \begin{cases} t^2 + \sin 3t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$  的 Laplace 变换为  
 A.  $\frac{2}{s^3} + \frac{3}{s^2+9}$                                       B.  $\frac{2}{s^3} + \frac{s}{s^2+9}$   
 C.  $\frac{1}{s^2} + \frac{s}{s^2+9}$                                       D.  $\frac{1}{s^2} + \frac{3}{s^2+9}$

10.  $f_1(t) = e^t(t \geq 0)$ ,  $f_2(t) = t(t \geq 0)$  的卷积  $f_1 * f_2(t) =$   
 A.  $e^t + t - 1$       B.  $e^{-t} + t - 1$       C.  $e^t - t - 1$       D. 以上都不对

二、不定项选择题 (每题2分, 共10分)

1. 下列说法正确的是

- A.  $f(z) = \bar{z}$  在 原点处不解析  
 B.  $\text{Ln}(-1) = \pi i + 2k\pi$   
 C.  $(1 - i)^{(1+i)} = e^{(1+i)\text{Ln}(1-i)}$   
 D. 方程  $\cos(iz) + 3 = 0$  无解  
 E. 方程  $\sin(iz) + 3 = 0$  无解

2. 下列说法正确的是 ( )

- A.  $\oint_{|z|=2} 2 dz = 0$   
 B.  $\oint_{|z|=1} \bar{z} dz = 0$   
 C.  $\oint_{|z|=1} z dz = 0$   
 D.  $\oint_{|z|=1} \frac{1}{z} dz = 0$   
 E.  $\oint_{|z|=1} \frac{1}{z^2} dz = 0$

3. 下列函数在  $z = 0$  处的留数不为 0 的是 ( )

- A.  $e^{1/z}$   
 B.  $\frac{z^2}{\sin z}$   
 C.  $\frac{1}{e^z - 1} - \frac{1}{z}$   
 D.  $\frac{1}{z}$   
 E.  $\frac{1}{z^2}$

4. 下列说法正确的是 ( )

- A.  $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$  的收敛半径为 1  
 B.  $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 z^n$  的收敛半径为  $+\infty$   
 C.  $\sum_{n=0}^{\infty} n! z^n$  的收敛半径为 1  
 D.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$  在  $|z| > 0$  处发散  
 E.  $\sum_{n=0}^{\infty} n z^n$  的收敛半径为 1

5. 下列 Fourier 变换与逆变换中正确的是 ( )

A.  $\mathcal{F}(\delta(t)) = 1$

B.  $\mathcal{F}(u(t) + 1) = \frac{1}{iw} + 1$

C.  $\mathcal{F}^{-1}(\delta(w - w_0) + \delta(w + w_0)) = 2 \cos w_0 t$

D.  $\mathcal{F}^{-1}(1) = 2\pi\delta(t)$

E.  $\mathcal{F}(e^{-at}u(t)) = \frac{1}{a + iw} \quad (a > 0)$

三、解答题 (共70分, 每题10分)

1. 已知解析函数  $f(z)$  的虚部为  $v(x, y) = e^x \sin y + 2xy$ , 且  $f(0) = 1$ , 求  $f(z)$ 。

2. 计算复积分  $\oint_C (|z| + z^2) dz$ , 其中  $C$  为从  $-1$  到  $0$  的上半单位圆周。

3. 找出下列函数的所有奇点 (包括  $\infty$ ), 并判断其奇点类型:

①  $f(z) = \frac{e^z - z - 1}{z^2} - \frac{\sin z}{z}$

②  $f(z) = \frac{e^z}{(1 - z)^2}$

4. 在圆环域  $2 < |z| < 3$  上洛朗展开

$$f(z) = \frac{1}{z^2(z + 3)(z - 1)}$$

并给出系数  $c_{-2}$  与  $c_{-1}$ 。

5. 计算复积分

$$\oint_{|z|=2} \frac{z^2}{(z - i)^4(z - 1)^2} dz$$

6. 利用留数求实积分

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(4 + x^2)^2}$$

7. 利用 Laplace 变换求解微分方程:

$$\begin{cases} y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = \delta(t) - 2e^t \sin t, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \end{cases}$$