

2025年秋季学期哈尔滨工业大学(威海)期末考试题

算法设计与分析

【声明】

1. 本试卷为计算机科学与技术学院期末考试题, 考试时间为2026年1月7日, 考试时间120分钟, 考试课, 卷面成绩占比70%.
2. 本项目为公益项目, 旨在帮助学弟学妹期末备考、或同级学生补考复习使用, 请勿拿去售卖.
3. 本试卷为回忆版, 不存在窃题漏题等作弊嫌疑. 部分数据被遗忘, 用编造的数据替代. 如认为该题目不应当流出, 可以联系「wuwanweihua@gmail.com」, 我会及时删除.

一、简答题(每题10分, 共40分)

1. 快速排序的平均时间复杂度是多少? 最坏时间复杂度是多少? 简要分析最坏时间复杂度产生的原因.
2. 求解递推方程:

$$T(n) = \begin{cases} T(n-1) + n^2, & n \geq 2, \\ 1, & n = 1. \end{cases}$$

3. 欧几里得算法。
 - (1) 给出欧几里得算法的计算模型。(5分)
 - (2) 证明该计算模型的正确性。(5分)
4. 多米诺性质。
 - (1) 给出可行解 $X = (x_1, \dots, x_n)$ 和评价函数 $P(X_i)$, 说明多米诺性质的数学含义。
 - (2) 从回溯法剪枝(pruning)的角度, 谈论多米诺性质对搜索的作用。

二、算法设计题(每题10分, 共30分)

1. 国际象棋中“车(rook)”具有和中国象棋中“车”一样的性质: 两个车在棋盘的同一行或同一列时就会相互攻击。现有 $n \times n$ 的国际象棋棋盘和 n 个车, 合理摆放 n 个车使之不能相互攻击。设计一个算法, 计算有多少种可行的方案。
 - (1) 基于回溯法, 用伪代码实现该算法。
 - (2) 分析该算法的时间复杂度和空间复杂度。
2. 现有一台机器, n 个任务, 机器执行任务消耗的时间为 t_1, \dots, t_n , 各项任务的最后期限为 e_1, \dots, e_n , 可参考的一组实例为 $t = 2, 3, 1, 10, 4$, $e = 3, 6, 10, 17, 6$, $n = 5$ 。各项任务延迟的时间为 T , 延迟总时间为 T 。
 - (1) 基于贪心算法实现算法, 使得延迟时间最小, 并证明贪心的正确性。
 - (2) 用伪代码实现该算法。
3. 求数列的最大子段和。给定 n 个元素的整数列(正负整数) a_1, \dots, a_n , 求形如 a_i, a_{i+1}, \dots, a_j ($i, j = 1, 2, \dots, n, i \leq j$) 的子段和, 使其为最大。当所有整数均为负整数时定义最大子段和为 0。当 $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\} = \{-2, 11, -4, 13, -5, -2\}$ 时, 最大子段和为 $a_2 + a_3 + a_4 = 20$ 。要求:
 - (1) 利用动态规划实现该问题。
 - (2) 给出计算模型(包括存储模型和状态转移方程)。(5分)
 - (3) 给出算法思路。(5分)

三、综合题(每题10分, 共30分)

1. 给定一个不严格递减的数列 $nums$ 和目标值 $target$ ，利用二分查找的思想，查找 $target$ 在数列中首次出现的下标。
 - (1) 给出算法思路。(5分)
 - (2) 分析算法的时间复杂度和空间复杂度。(5分)
2. 旅行商问题 (TSP) 是经典的组合优化问题，基于优先级队列的分支限界法是解决该问题的常用算法。回答以下问题：
 - (1) 解释该分支限界过程中上的上界和各分支的下界是什么，当某一分支的下界大于上界的时候，应进行什么操作？
 - (2) 解释使用优先级队列的好处。
3. 给你一个整数数组 $nums$ ，找到其中最严格递增子序列的长度。子序列是由数组派生而来的序列，删除（或不删除）数组中的元素而不改变其余元素的顺序。例如： $[3, 6, 2, 7]$ 是数组 $[0, 3, 1, 6, 2, 2, 7]$ 的子序列。

示例 1：输入： $nums = [10, 9, 2, 5, 3, 7, 101, 18]$ 输出：4 解释：最长递增子序列是 $[2, 3, 7, 101]$ ，因此长度为 4。

示例 2：输入： $nums = [0, 1, 0, 3, 2, 3]$ 输出：4

示例 3：输入： $nums = [7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7]$ 输出：1

 - (1) 利用动态规划实现该问题。
 - (2) 写出状态转移方程。(3分)
 - (3) 给出算法思路。(7分)